Beberapa Penerapan

Partikel bebas

Partikel bebas merupakan partikel yang bergerak tanpa dipengaruhi gaya apapun dalam suatu bagian ruang ; F = 0 sehingga V(x) = tetapan,untuk semua x. dalam hal ini kita bebas memilih tetapan potensial sama dengan nol, karena potensial selalu ditentukan dengan tambahan suatu tetapan integrasi sembarang ( F = - dV/dx dalam satu dimensi).

Berikut adalah persamaan potensial V = 0 :

* = E 5.12

Atau

= -k2 5.13

dimana k = 5.14

persamaan 5.13 dapat dipecahkan menjadi

Dari persamaan 5.14 didapatkan besar energy yang kita peroleh adalah

5.16

Karena pemecahan tidak member batasan k maka energy partikel diperkenankan memiliki semua nilai. Pada persamaan 5.16 merupakan energy kinetic sebuah partikel dengan momentum p = atau setara dengan p = h/λ.

Penentuan nilai A dan B disini mengalami beberapa kesulitan karena integral nominalisasi, persamaan 5.6 tidak dapat dihitung dari - bagi fungsi gelombang ini.

Partikel Dalam sebuah kotak ( satu dimensi )

Meninjau sebuah partikel yang bergerak bebas dalam sebuah kotak satu dimensi yang panjang L; partikelnya benar-benar terperangkap dalam kotak. Potensial ini dapat dinyatakan sebagai berikut

V(x) = 0 0

= x < 0, x > L 5.17

Potensial diperlihatkan pada gambar berikut

Potensial tersebut merupakan potensial sumur persegi tak hingga. Tentu saja kita bebas memilih sembarang nilai tetapan bagi V dalam daerah 0

Pemilihan 0 yang kita lakukan hanya sekedar untuk memudahkan.

Resepnya sekarang harus diterapkan dalam didaerah luar maupun dalam kotak. Jika kita terapkan dalam persamaan 5.3 bagi daerah luar kotak, kita dapatkan bahwa satu-satunya cara untuk mempertahankan persamaannya bermakna bila V adalah dengan mensyaratkan ψ = 0. Sehingga Vψtidak akan menjadi takhingga. Jika kedua dinding kotak benar-benar tegar, maka partikel akan selalu dalam kotak, sehingga probabilitasnya nol diluar kotak, kita harus mengambil diluar kotak.

Persamaan Schrodinger 0, bila V(x)= 0 identik dengan persamaan 5.12

0,

Sehingga

k =

pemecahan ini belum lengkap karena kita belum menentukan A dan B juga belum menghitung besar energy E. untuk mengitungnya kita harus menerapkan pesyaratan bahwa harus kontinu pada setiap batas dua bagian ruang. Dalam hal ini kita persyaratkan bahwa pemecahan untuk x < 0 dan x > 0 bernilai sama di x = 0 begitu pula x < L dan x > L haruslah bernilai sama di x = L.

dengan memulai x = 0. Untuk x < 0 kita dapat = 0 dengan menggunakan persamaan 5.19

Jadi B = 0 5.21

Karena untuk x > L maka berlaku

= 0 5.22

Karena kita telah mendapatkan

A sin kL = 0 2.23

Disini ada dua pecahan yaitu A = 0 yang memberikan nilai dimana-mana yang berarti dalam satu kotak tidak terdapat partikel atau sin kL = 0 yang apabila

kL =

kL = nn = 1,2,3,… 5.24

karena k = 2 kita peroleh = 2L/n ini identik dengan hasil yang kita peroleh dalam mekanika dasar dala panjang gelombang dari gelombang berdiri dari sebuah dawai yang panjang ujungnya L dan kedua ujungnya terikat.  *Jadi pemecahan persamaan Schodinger bagi sebuah partikel yang terperangkap dalam suatu daerah linier sepanjang L tidak lain adalah sederetan berdiri deBroglie.*

Dari persamaan 5.20 hanya nilai-nilai k tertentu yang diperkenankan oleh persamaan 5.24 maka hanyalah nilai – nilai tertentu E yang yang dapat terjadi dengan kata lain energinya terkuantitasi

5.25

Untuk memudahkan ambilah Eo = yang mana unit energy ditentukan oleh massa partikel dan panjang kotak. Maka E = n2Eo, dan dengan demikian partikelnya hanya dapat ditemukan dengan energy Eo, 4 Eo, 9Eo, 16Eo, dan seterusnya tidak pernah dengan 2E0 dan 3Eo. Karena dalam kasus ini energinya adalah kinetic semata 0- mata maka hasinya kita peroleh ini menujukan bahwa hanya laju tertentu yang diijinkan dimiliki partikel.

Pemecahan bagi x belum lengkap karena kita belum menentukan tetapan A. untuk menentukannya kita kembali kepesyaratan normalisasi . Karena = 0 kecuali untuk 0 maka integral tidak 0 maka berlaku

= 1 5.26

Yang member kita Dengan demikian pemecahan lengkap bagi fungsi gelombang 0 adalah

dimana n = 1. 2, 3, … 5.27

Dengan gambar dilukiskan berbagai tingkat energy,fungsi gelombang dan rapat probabilitas yang dapat memungkinkan beberapa keadaan terendah . keadaan terendah yaitu pada n = 1 dikenal sebagai keadaan dasar, dan keadaan dengan energy yang paling tinggi ( n > 1 ) dikenal sebagai keadaan eksitasi.

Perhitungan diatas dapat ditafsirkan dengan mengandaikan kita meletakkan secara berhati-hati sebuah partikel dengan sebuah energy Eo kedalam suatu daerah kawat dan dengan kemudian mengukur kedudukannya. Setelah mengulangi pengukuran secara kerbakil-kali kita akan menentukan beberapa distribusi hasil pengukuran yang sama seperti untuk kasus n = 1 probabilitasnya terbesar pada x = L/2 dan berangsur-angsur berkurang begitu bergerak menjauhi pusatnya dan akhirnya menuju nol pada ujung-ujungnya. Andaikanlah pengukuranya kita ulangi kembali dengan kekecualian bahwa partikelnya kita beri 4Eo. Bila kita ulangi semua pengukurannya terhadap kedudukan kita akan dapati bahwa distribusi hasil pengukuran ini sesuai dengan untuk n = 2; maksimum probabilitas terjadi pad dan x = L/4 dan x = 3L/4, sedangkan probabilitas nol terjadi pada x = L/2. Dengan demikin partikelnya harus bergerak sedemikian rupa sehingga sewaktu-waktu partikelnya dapat ditemukan di x = L/4 dan di 3L/4 tanpa pernah ditemukan di x = L/2. Disi kita mempunyai ilustrasi grafis mengenai perbedaan antara fisika klasik dan fisika kuantum. Tetapi partikelnya dapat mencapai 3L/4 dari L/4 tanpa melewati L/2. Kesulitan kita untuk menjawab karena kecendrungan cara berfikir kita dalam pandangan partikel sedangkan fisika kuantum menghendaki kita untuk berpandangan dalam gelombang. Nada atas pertama dari sebuah dawai sepanjang L memiliki simpul ditengah-tengahnya walaupun titik tengahnya diam.

***Partikel dalam Sebuah Kotak (Dua Dimensi)***

Dalam pembahasan ini diperlukan persamaan Schrödinger yang berlaku dalam dimensi ruang yang lebih dari satu. Jika potensialny amerupakan fungsi dari *x* dan *y*, maka *ѱ* harus bergantung pada *x* dan *y* pula*.* Dan turunan x dalam versi sebelumnya diganti dengan turunan x dan y. Karena itu dalam dua dimensi diperoleh :

Jika *f(x,y)* = *x2 + xy + y2* maka ∂*f/*∂*x = 2x + y* dan ∂*f/*∂y *= 2y + x.*

“Kotak” dua dimensi dapat didefinisikan sebagai berikut.

Sebuah benda bermassa yang meluncur tanpa gesekan pada bagian atas sebuah meja dan bertumbukan secara elastik dengan dinding-dinding batas meja di *x = 0, x = L, y = 0,* dan *y = L.* Untuk menyederhanakan kotaknya dipilih berbentuk bujur sangkar; potensialnya dapat kita pilih berbentuk persegi dengan mengambil V = 0 bila *0 ≤ x ≤ ɑ, dan 0 ≤ y ≤ b*.

Pemecahan persamaan diferensial parsial memerlukan teknik yang rumit, sehingga tidak akan membahas cara memperoleh pemecahan secara rinci. Seperti pada kasus sebelumnya, ѱ(x,y) = 0 di luar kotak, agar probabilitas bernilai nol. Di dalam kotak fungsi dari *x* dan *y* dapat dinyatakan sebagai hasil kali sebuah fungsi yang hanya bergantung pada *x*  dengan sebuah fungsi lainyang hanya bergantung pada *y*:

Bentuk masing-masing fungsi dari *f* dan *g* adalah:

Syarat kontinyu pada *ѱ(x,y)* menghendaki bahwa pemecahan di luar dan di dalam kotak bernilai sama pada daerah batas kotak. Jadi *ѱ = 0* di  *x = 0* dan *x = L* (untuk semua y) *dan ѱ = 0 di y = 0* dan *y = L* (untuk semua x). Persyaratan pada x = 0 dan y = 0 menghendaki bahwa dengan cara yang sama, B = 0 dan D = 0. Persyaratan pada x = L menghendaki bahwa sin kxL = 0, sehingga kxL merupakan kelipatan bilangan bulat dari π, begirtu pula persyaratan pada y = L menghendaki bahwa kxL merupakan kelipatan bilangan bulat dari π. Semua bilangan tersebut tidak perlu sama, karena itu masing-masing kita sebut *nx dan ny.* Sehingga kita peroleh:

Hasil A dan C telah dinyatakan dengan A’. Koefisien A’ didapati dengan menggunakan syarat normalisasi, yang dalam dua dimensi menjadi

Syarat ini adalah

Yang memberikan

Pemecahan terhadap gelombang deBroglie pada suatu permukaan dua dimensi, mirip pemecahan persoalan klasik dari getaran selapot seperti pada selaput gendang.

Dengan menyisipkan kembali pemecahan bagi *ѱ(x,y)* ke dalam persamaan (5.28), maka didapati energinya sebesar

Rapat probabilitas ѱ2 untuk beberapa gabungan bilangan kuantum *nx* dan *ny* yang berbeda memiliki maksimum-maksimum dan minimum-minimum seperti probabilitas dalam persoalan satu dimensi. Jika kita memberikan energi *8E0* pada partikel dan melakukan pengukuran berulang kali terhadap kedudukannya sebanyak mungkin, maka kita memperkirakan akan menemukan partikelnya lebih sering pada keempat titik berikut: *(x,y) = (L/4, L/4), (L/4, 3L/4), (3L/4, L/4)* dan *(3L/4, 3L/4);* kita memperkirakan tidak akan pernah menemukan pertikelnya di *x = L/2* atau *y = L/2.* Bentuk rapat probabilitas memberikan informasi mengenai bilangan kuantum dan ennergi partikel. Jadi, jika mengukur rapat probabilitas dan menemukan enam buah maksimum, maka dapat disimpulkan bahwa energi *13E0* dengan *nx = 2* dan *ny =* *3* atau *nx = 3* dan *ny =* 2.

Adakalanya dua himpunan bulangan kuantum *nx dan ny* yang berbeda memiliki energi yang tepat sama. Hal ini dikenal sebagai degenerasi. Tingkat energinya disebut terdegenerasi. Contohnya tingkat energi pada E = 13E0 adalah terdegenerasi, karena baik *nx* = 2, *ny = 3 dan nx = 3 dan ny = 2* memiliki E = 13E0. Degenerasi muncul dari pertukaran *nx dan nx* (yang sama dengan pertukaran sumbu x dan y), maka distribusi probabilitas dalam kedua kasus ini tidak terlalu berbeda. Tetapi untuk keadaaln E = 50E0 terdapat tiga himpunan bilangan kuantum: *nx* = 7, *ny = 1; nx* = 1, *ny = 7; dan nx* = 5, *ny = 5.* Kedua himpunan yang pertama terjadi dari pertukaran *nx* dan *ny* sehingga memiliki distribusi probabilitas yang sama, tetapi yang ketiga menyatakan keadaan gerak yang amat berbeda. Tingkat energi pada E = 13E0 dikatakan terdegenerasi rangkap dua, sedangkan pada E 50E0 terdegenerasi rangkap tiga.

Degenersi pada umumnya terjadi jika sebuah sistem dilabel dengan dua atau lebih bilangan kuantum. Bilangan kuantum yang berbeda dapat memberikan nilai energi sama. Jumlah bilangan kuantum berbeda diperlukan oleh sebuah sistem fisika yang ternyata sama persis dengan jumlah dimensi. Persoalan satu dimensi hanya memerlukan satu bilangan kuantum, dua dimensi memerlukan dua, dan seterusnya. Dalam atm hidrogen kita dapati bahwa degenerasi menjadi lebih berarti; dalam bidang studi fisika atom, permasalahan degenerasi merupakan saham utama penyumbang bagi struktur dan sifat berbagai atom.

***Partikel dalam Sebuah Kotak (Dua Dimensi)***

Dalam pembahasan ini diperlukan persamaan Schrödinger yang berlaku dalam dimensi ruang yang lebih dari satu. Jika potensialny amerupakan fungsi dari *x* dan *y*, maka *ѱ* harus bergantung pada *x* dan *y* pula*.* Dan turunan x dalam versi sebelumnya diganti dengan turunan x dan y. Karena itu dalam dua dimensi diperoleh :

Jika *f(x,y)* = *x2 + xy + y2* maka ∂*f/*∂*x = 2x + y* dan ∂*f/*∂y *= 2y + x.*

“Kotak” dua dimensi dapat didefinisikan sebagai berikut.

Sebuah benda bermassa yang meluncur tanpa gesekan pada bagian atas sebuah meja dan bertumbukan secara elastik dengan dinding-dinding batas meja di *x = 0, x = L, y = 0,* dan *y = L.* Untuk menyederhanakan kotaknya dipilih berbentuk bujur sangkar; potensialnya dapat kita pilih berbentuk persegi dengan mengambil V = 0 bila *0 ≤ x ≤ ɑ, dan 0 ≤ y ≤ b*.

Pemecahan persamaan diferensial parsial memerlukan teknik yang rumit, sehingga tidak akan membahas cara memperoleh pemecahan secara rinci. Seperti pada kasus sebelumnya, ѱ(x,y) = 0 di luar kotak, agar probabilitas bernilai nol. Di dalam kotak fungsi dari *x* dan *y* dapat dinyatakan sebagai hasil kali sebuah fungsi yang hanya bergantung pada *x*  dengan sebuah fungsi lainyang hanya bergantung pada *y*:

Bentuk masing-masing fungsi dari *f* dan *g* adalah:

Syarat kontinyu pada *ѱ(x,y)* menghendaki bahwa pemecahan di luar dan di dalam kotak bernilai sama pada daerah batas kotak. Jadi *ѱ = 0* di  *x = 0* dan *x = L* (untuk semua y) *dan ѱ = 0 di y = 0* dan *y = L* (untuk semua x). Persyaratan pada x = 0 dan y = 0 menghendaki bahwa dengan cara yang sama, B = 0 dan D = 0. Persyaratan pada x = L menghendaki bahwa sin kxL = 0, sehingga kxL merupakan kelipatan bilangan bulat dari π, begirtu pula persyaratan pada y = L menghendaki bahwa kxL merupakan kelipatan bilangan bulat dari π. Semua bilangan tersebut tidak perlu sama, karena itu masing-masing kita sebut *nx dan ny.* Sehingga kita peroleh:

Hasil A dan C telah dinyatakan dengan A’. Koefisien A’ didapati dengan menggunakan syarat normalisasi, yang dalam dua dimensi menjadi

Syarat ini adalah

Yang memberikan

Pemecahan terhadap gelombang deBroglie pada suatu permukaan dua dimensi, mirip pemecahan persoalan klasik dari getaran selapot seperti pada selaput gendang.

Dengan menyisipkan kembali pemecahan bagi *ѱ(x,y)* ke dalam persamaan (5.28), maka didapati energinya sebesar

Rapat probabilitas ѱ2 untuk beberapa gabungan bilangan kuantum *nx* dan *ny* yang berbeda memiliki maksimum-maksimum dan minimum-minimum seperti probabilitas dalam persoalan satu dimensi. Jika kita memberikan energi *8E0* pada partikel dan melakukan pengukuran berulang kali terhadap kedudukannya sebanyak mungkin, maka kita memperkirakan akan menemukan partikelnya lebih sering pada keempat titik berikut: *(x,y) = (L/4, L/4), (L/4, 3L/4), (3L/4, L/4)* dan *(3L/4, 3L/4);* kita memperkirakan tidak akan pernah menemukan pertikelnya di *x = L/2* atau *y = L/2.* Bentuk rapat probabilitas memberikan informasi mengenai bilangan kuantum dan ennergi partikel. Jadi, jika mengukur rapat probabilitas dan menemukan enam buah maksimum, maka dapat disimpulkan bahwa energi *13E0* dengan *nx = 2* dan *ny =* *3* atau *nx = 3* dan *ny =* 2.

Adakalanya dua himpunan bulangan kuantum *nx dan ny* yang berbeda memiliki energi yang tepat sama. Hal ini dikenal sebagai degenerasi. Tingkat energinya disebut terdegenerasi. Contohnya tingkat energi pada E = 13E0 adalah terdegenerasi, karena baik *nx* = 2, *ny = 3 dan nx = 3 dan ny = 2* memiliki E = 13E0. Degenerasi muncul dari pertukaran *nx dan nx* (yang sama dengan pertukaran sumbu x dan y), maka distribusi probabilitas dalam kedua kasus ini tidak terlalu berbeda. Tetapi untuk keadaaln E = 50E0 terdapat tiga himpunan bilangan kuantum: *nx* = 7, *ny = 1; nx* = 1, *ny = 7; dan nx* = 5, *ny = 5.* Kedua himpunan yang pertama terjadi dari pertukaran *nx* dan *ny* sehingga memiliki distribusi probabilitas yang sama, tetapi yang ketiga menyatakan keadaan gerak yang amat berbeda. Tingkat energi pada E = 13E0 dikatakan terdegenerasi rangkap dua, sedangkan pada E 50E0 terdegenerasi rangkap tiga.

Degenersi pada umumnya terjadi jika sebuah sistem dilabel dengan dua atau lebih bilangan kuantum. Bilangan kuantum yang berbeda dapat memberikan nilai energi sama. Jumlah bilangan kuantum berbeda diperlukan oleh sebuah sistem fisika yang ternyata sama persis dengan jumlah dimensi. Persoalan satu dimensi hanya memerlukan satu bilangan kuantum, dua dimensi memerlukan dua, dan seterusnya. Dalam atm hidrogen kita dapati bahwa degenerasi menjadi lebih berarti; dalam bidang studi fisika atom, permasalahan degenerasi merupakan saham utama penyumbang bagi struktur dan sifat berbagai atom.